

Модель для прогноза распределений доз в низкоатомной среде при облучении пучком гамма-фотонов

О. А. АКАТКИН

Краснодарский военный институт, Краснодар, Россия

Разработана математическая модель для прогноза распределений доз в объеме низкоатомной среды при облучении пучком γ -фотонов по данным измерений в плоскости центрального сечения пучка на нескольких уровнях от поверхности в глубину. Приведены результаты моделирования дозных распределений.

Ключевые слова: *низкоатомная среда, γ -фотоны, облучение, измерения дозных распределений, математическое моделирование.*

The mathematical model for forecasting of dosage distribution in the volume of low-atomic number material during irradiation of γ -photons beam according to the facts of measurements in the axes of irradiation central cross section at several levels from the surface to the depth is developed. The results of dosage distribution research are given.

Key words: *low-atomic number material, γ -photons, irradiation, the measurements of dosage distribution, the mathematical modeling.*

Измерения распределений доз в объеме низкоатомной среды при облучении пучком γ -фотонов отличаются трудоемкостью. Поэтому обычно их проводят в плоскости центрального сечения пучка на нескольких уровнях от поверхности среды в глубину. Полученные распределения аппроксимируют функциями, зависящими от параметров, на основе которых находят распределения доз во всем облучаемом объеме [1, 2]. Выбор таких функций и их параметров достаточно сложен. Ниже рассмотрена математическая модель для прогноза дозных распределений в объеме среды по данным измерений.

Как показано на рис. 1, низкоатомная среда 1 облучается в заданной геометрии пучком γ -фотонов 2, радиусы его сечения: R_0 — у поверхности и R — на глубине. С центром «входного» поля связана цилиндрическая система координат $O\rho z$.

По данным измерений [3] оценивали и анализировали распределения нормированных доз в плоскостях центральных сечений объема облучаемой среды вдоль заданных направлений $O\rho$ у поверхности и на нескольких глубинах. Оказалось, что дозы в распределениях изменяются вдоль этих направлений по закону

$$dD = -kD (C_0 - D) d\rho$$

с относительной скоростью

$$dD / (Dd\rho) = -k (C_0 - D), \quad (1)$$

где D — дозы в распределениях; k , C_0 — параметры. Дифференциальные уравнения (1) служили для моделирования распределения доз в объеме облучаемой среды. В результате интегрирования уравнений

$$\int dD / [D(C_0 - D)] = -k \int d\rho$$

получали выражения

$$\frac{1}{C_0} \ln \left(\frac{D}{C_0 - D} \right) = -k\rho + C$$

$$\text{или } \ln \left(\frac{D}{C_0 - D} \right) = -C_0(k\rho - C),$$

где C — постоянная интегрирования.

После их потенцирования и несложных преобразований находили общие решения исходных уравнений

$$D = C_0 / \{1 + \exp [C_1 (\rho - C_2)]\}, \quad (2)$$

где C_0, C_1, C_2 — параметры.

Для оценки частных решений определяли значения параметров общих решений (2) на основе тех же распределений нормированных доз из соотношений

$$C_0 = \sup_{(\rho_0, \varphi_0) \in D(f)} D(\rho_0, \varphi_0; C_z); \quad C_1 = (\rho - C_2)^{-1} \ln (C_0 / D - 1)$$

при условиях $D = D(\rho, \varphi; C_z) < C_0$ и $\rho_0 < \rho \leq R$, а также из выражений

$$C_2 = \rho \left(0,5 \sup_{(\rho, \varphi) \in D(f)} D(\rho, \varphi; C_z) \right),$$

где $C_z = i\Delta z$ — уровни глубин от поверхности среды; $i = \overline{0, n}$.

Найденные значения параметров табулировали. Их зависимости на уровнях тех же глубин аппроксимировали по методу наименьших квадратов [4]. На основе полученных частных решений прогнозировали распределения доз в объеме низкоатомной среды, облучаемой пучком γ -фотонов.

На рис. 2 приведены графики функций распределений доз в плоскости центрального сечения объема среды (вода) на трех уровнях от поверхности: $C_z = 0; 5; 15$ см. Они получе-

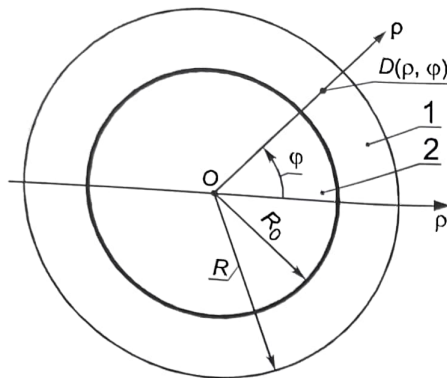


Рис. 1. Геометрия облучения среды при разработке модели

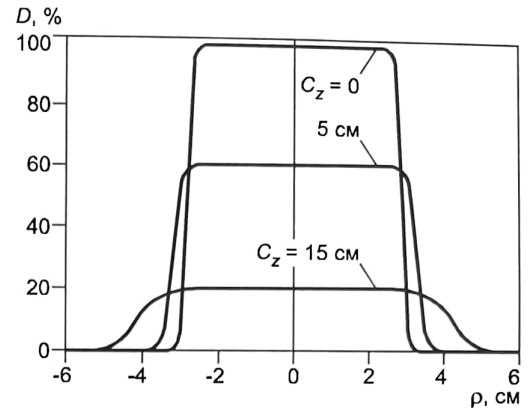


Рис. 2. Распределения доз в воде на разных уровнях от поверхности по данным моделирования при облучении пучком γ -фотонов ^{137}Cs

ны при ее облучении пучком γ -фотонов ^{137}Cs с энергией $W_\gamma = 0,661$ МэВ при расстоянии от источника до поверхности $z = 35$ см и радиусе «входного» поля на ней $R_0 = 3$ см.

Относительные погрешности моделирования распределений нормированных доз по сравнению с данными измерений при идентичных условиях составили $\epsilon \leq 5\%$ в интервалах значений $10 \leq D \leq 90\%$ во всей области их определения, что отвечает метрологическим требованиям [5].

Разработанная модель может найти преимущественное применение в радиационной физике и медицине при обработке результатов измерений доз в низкоатомных средах, эквивалентных по свойствам биологическим тканям, при облучении γ -фотонами средних и высоких энергий.

Литература

1. Клеппер К. Ю., Климанов В. А. Метод аналитической аппроксимации глубинных осевых распределений доз для пучка фотонов // Медицинская физика. 2001. № 10. С. 22.
2. Mackie T. R., Reakwerdt P. Mc. Nutt // AAPM. 1996. V. 16. P. 577.
3. Джонс Х. Физика радиологии. М.: Атомиздат, 1965.
4. Поршнева С. В., Беленкова И. В. Численные методы на базе MathCAD. СПб.: БХВ — Петербург, 2005.
5. Брегадзе Ю. И., Берлянд В. А. Метрологическое обеспечение дозиметрии в лучевой терапии // Медицинская физика. 2001. № 11. С. 23.

Дата принятия 12.11.2009 г.